

Sciences Physiques

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé

Le sujet comporte 10 pages.

On se propose dans cette épreuve d'étudier deux aspects de l'aviation moderne.

Les deux parties de ce sujet sont totalement indépendantes.

Dans la première partie, on s'intéressera à la propulsion des avions par turboréacteur.

Dans la seconde partie, on étudiera le principe de fonctionnement des radars basé sur l'effet Doppler.

Partie A : Le turboréacteur

Introduction : Le turboréacteur est un système de propulsion dont la poussée résulte de l'accélération de l'air entre l'entrée (manche à air) et la sortie (tuyère). Celle-ci est obtenue par la combustion d'un carburant dans l'oxygène de l'air. Une partie de l'énergie produite est récupérée par une turbine et sert à comprimer, à l'entrée du réacteur, l'air, utilisé comme comburant.

C'est en 1921, date à laquelle l'inventeur français Maxime Guillaume dépose un brevet, qu'est né officiellement le turboréacteur. Ensuite, le premier avion à voler avec ce mode de propulsion est le Heinkel He 178, inventé par l'Allemand Von Ohain en 1939.

De nos jours, de très nombreux appareils civils comme militaires utilisent cette propulsion. Citons par exemple le Mirage 2000 de Dassault ou l'Airbus A380 de EADS.



© SIRPA Air



© EADS

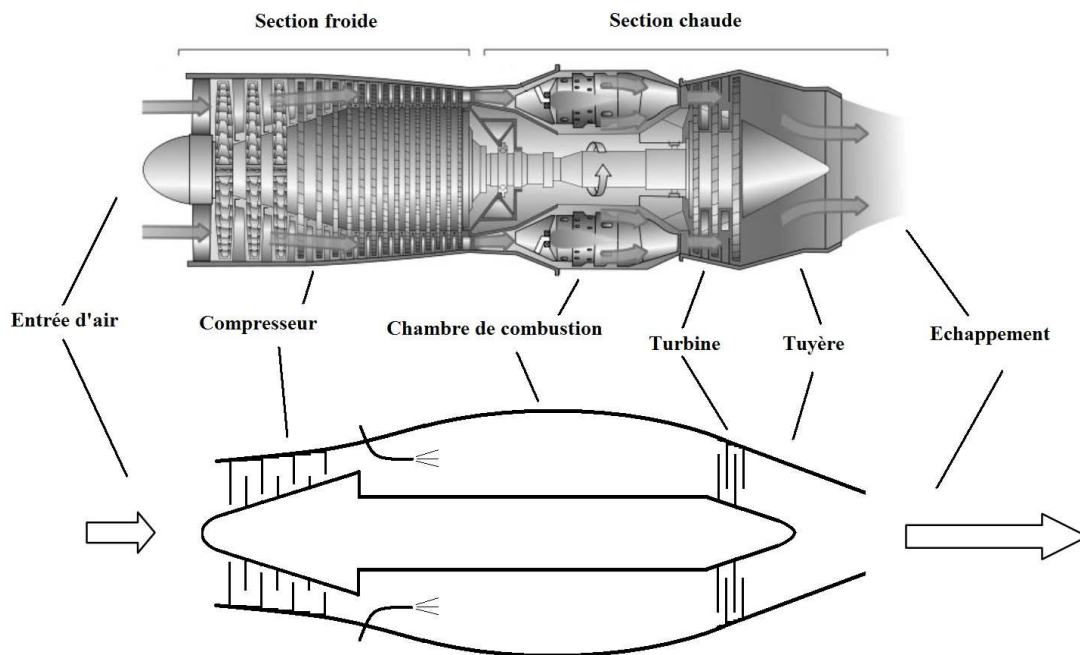
A.1: Étude thermodynamique

A.1.1. Établir que pour un fluide en écoulement permanent de débit massique $D_m = \frac{dm}{dt}$, recevant une puissance thermique $P_{Th} = \frac{\delta Q}{dt}$ et une puissance mécanique $P_W = \frac{\delta W'}{dt}$ (autre que le travail de pression) :

$$D_m \left(h_s - h_e + g(z_s - z_e) + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) \right) = P_{Th} + P_W$$

Avec h_e , z_e et c_e l'enthalpie massique, l'altitude et la vitesse à l'entrée. Ces mêmes grandeurs étant notées à la sortie h_s , z_s et c_s .

Un turboréacteur comprend un compresseur, une chambre de combustion, une turbine et une tuyère. Le compresseur et la turbine sont montés sur le même arbre.



Le cycle d'un turboréacteur peut se schématiser de la façon suivante :

- Dans l'état **A**, l'air est pris dans les conditions atmosphériques ($P_A = 10^5$ Pa, $T_A = 293$ K). Il passe ensuite dans le compresseur, où il est comprimé jusqu'à l'état **B** ($P_B = aP_A, T_B$, vitesse négligeable) avec a le taux de compression. On suppose l'évolution adiabatique et réversible.
- À la sortie du compresseur, il entre dans la chambre de combustion, où le carburant est injecté et s'enflamme. Pour simplifier, on considère que la combustion interne est équivalente à un apport extérieur d'énergie par transfert thermique, la composition chimique du fluide étant invariable. La combustion est isobare et amène le gaz à l'état **C** ($P_C = P_B, T_C$). La vitesse est toujours négligeable.
- Le gaz se détend dans une tuyère pour retrouver la pression initiale P_A . Au cours de la détente (supposée adiabatique et réversible), il entraîne une turbine qui elle-même, entraîne le compresseur. **On suppose que le travail cédé par le gaz à la turbine est cédé au compresseur.** Il atteint un état **D** (P_A, T_D , vitesse c_D).

L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29$ g.mol⁻¹ et de rapport adiabatique $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$ indépendant de la température. On donne la constante des gaz parfaits : $R = 8.31$ J/mol/K
Le taux de compression du turboréacteur est : $a = 5$.

A.1.2. Représenter l'ensemble des transformations subies par le gaz lors de son passage dans le turboréacteur dans un diagramme pression – volume massique (P, v)

A.1.3. Exprimer la température T_B à la sortie du compresseur en fonction de a, γ et T_A .
Faire l'application numérique.

A.1.4. Déterminer le travail massique $w_{AB} = \frac{\delta W_{AB}}{dm}$ reçu par le gaz lors de la compression entre l'état **A** et l'état **B** en fonction de a, γ, T_A, M et R .

En déduire le travail massique w_{CD} cédé par le gaz lors de son passage dans la turbine.

A.1.5. Exprimer la température T_D à la sortie de la tuyère en fonction de a, γ et T_C .

A.1.6. En déduire l'expression de l'énergie cinétique massique e_{CD} à la sortie du turboréacteur en fonction de a, γ, M, R et des températures T_A, T_B, T_C et T_D .

A.1.7. Justifier que le rendement du turboréacteur s'écrit : $\eta = \frac{e_{CD}}{q_{BC}}$

A.1.8. Exprimer alors le rendement η en fonction des températures puis en fonction de a et γ .
Faire l'application numérique.

A.2: Étude dynamique

Le turboréacteur de l'A380 est le modèle GP7200 de Engine Alliance. Son diamètre $d = 3$ m, sa poussée maximale $F_{Poussée} = 370.10^3$ N. Celle-ci est mesurée au banc d'essai, c'est-à-dire moteur fixé au sol.

A.2.1. Justifier brièvement l'expression théorique de la poussée : $F_{Poussée} = D_m (c_s - c_e)$

A.2.2. Exprimer la vitesse d'éjection des gaz en fonction de $F_{Poussée}, d$ et la masse volumique ρ de l'air.
Faire l'application numérique avec $\rho = 1,0$ kg.m⁻³.

A.2.3. Comparer cette valeur à la vitesse de croisière de l'A380, soit environ 900 km/h.

Que peut-on en conclure sur la vitesse d'éjection des gaz dans le référentiel lié au turboréacteur ?

A.2.4. En déduire, à partir de l'expression du rendement η , la puissance thermique P_{Th} reçue par l'air.
Faire l'application numérique.

A.2.5. Le carburant utilisé est du Kérosène de pouvoir calorifique $\pi = 440.10^5$ J.kg⁻¹.
Déterminer la consommation horaire du turboréacteur.

A.2.6. Déterminer, à l'aide du bilan énergétique de la question 1.1, l'expression de la température du gaz à la sortie de la chambre de combustion T_C .

A.3: Étude des échanges thermiques

L'axe de rotation du turboréacteur participe au refroidissement de la chambre de combustion. En effet, une partie de l'énergie thermique est évacuée par conduction de la section chaude vers la section froide jusqu'aux ailettes du compresseur.

Chaque ailette va ainsi participer à la stabilisation de la température dans le réacteur en échangeant de la chaleur avec l'air froid extérieur.

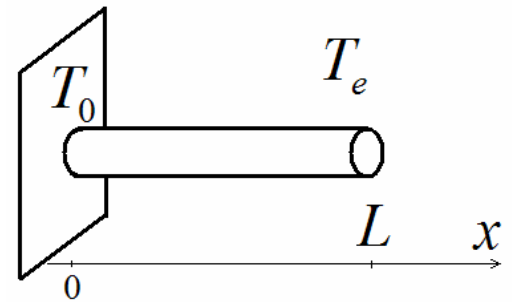


Pour simplifier notre étude, l'ailette va être modélisée par une tige d'aluminium, cylindrique, d'axe (Ox), de longueur L , de rayon a et de conductivité thermique K .

Une de ses extrémités (en $x = 0$) est au contact avec l'axe de rotation du turboréacteur à température constante T_0 .

Sa surface latérale et son autre extrémité ($x = L$) sont en contact avec l'air extérieur à température constante T_e ($T_0 > T_e$).

On se place en régime permanent et on suppose qu'à l'intérieur de la tige, la température $T(x)$ est uniforme dans une section droite d'abscisse x .



A.3.1. Rappeler la loi de Fourier, préciser la signification des différents termes ainsi que les unités.

A.3.2. Dans un premier temps on négligera toute perte thermique entre la surface latérale de la tige et l'air extérieur. Déterminer, à l'aide d'un bilan énergétique sur une tranche d'épaisseur dx , l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$. En déduire $T(x)$ en considérant que $T(x = L) = T_e$.

Au niveau de sa surface latérale de contact avec le fluide, la tige présente des pertes thermiques, par unité de temps et de surface égales à la puissance $P = h(T(x) - T_e)$, si $T(x)$ désigne la température de surface considérée et h un coefficient constant.

A.3.3. Déterminer la nouvelle équation différentielle vérifiée par $T(x)$.

A.3.4. La solution de l'équation homogène (sans second membre) est de la forme :

$$T_{SSM}(x) = A ch\left(\frac{x}{x_0}\right) + B sh\left(\frac{x}{x_0}\right) \text{ avec } A, B \text{ et } x_0 \text{ des constantes.}$$

Préciser l'expression de x_0 en fonction de K , a et h .

A.3.5. Déterminer la solution complète $T(x)$.

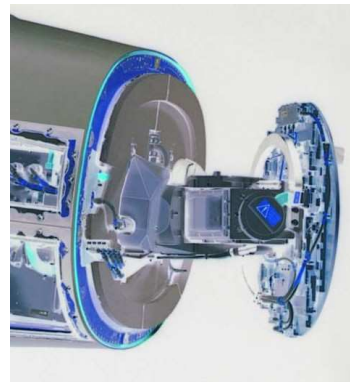
On indique que l'extrémité de la tige ($x = L$) n'est pas à la température extérieure soit $T(x = L) \neq T_e$.

Partie B : Le radar à effet Doppler

Introduction : Le radar (provenant de l'acronyme anglais RADio Detection And Ranging) utilise les ondes électromagnétiques pour détecter et déterminer la distance et/ou la vitesse d'objets tels que les avions, les bateaux, ou encore la pluie.

Un émetteur envoie des ondes, qui sont réfléchies par la cible et détectées par un récepteur, souvent situé au même endroit que l'émetteur. La position est estimée grâce au temps de retour du signal. La vitesse est mesurée à partir du changement de fréquence du signal par effet Doppler.

Les avions civils et militaires sont équipés d'un radar généralement placé dans le nez de l'appareil.



B.1: Approche de l'effet Doppler

Un émetteur E s'approche d'un observateur O à la vitesse \vec{v} uniforme par rapport à O (\vec{v} dirigée de E vers O), et envoie des signaux se propageant à la vitesse \vec{c} dans le référentiel lié à O.

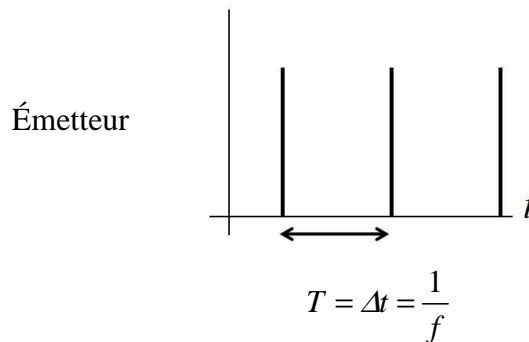
L'émetteur envoie un signal à l'instant t_1 où la distance $r(t_1)$ entre O et E est r_1 .

Il envoie le signal suivant à l'instant t_2 .

B.1.1. Déterminer les instants t_1' et t_2' de réception des deux signaux consécutifs par l'observateur O.

B.1.2. En déduire une relation entre $\Delta t' = t_2' - t_1'$ et $\Delta t = t_2 - t_1$.

B.1.3. L'émetteur envoie maintenant périodiquement des signaux avec une période $T = \Delta t = \frac{1}{f}$



Quelle est la fréquence f' perçue par l'observateur ? Comparer f et f' dans le cas où l'émetteur se rapproche de l'observateur et dans le cas où il s'en éloigne.

B.1.4. Montrer que si $v \ll c$, la fréquence perçue f' peut se mettre sous la forme : $f' = f(1 \pm \frac{v}{c})$

On précisera le signe \pm en fonction des cas possibles (émetteur s'approchant ou s'éloignant de l'observateur)

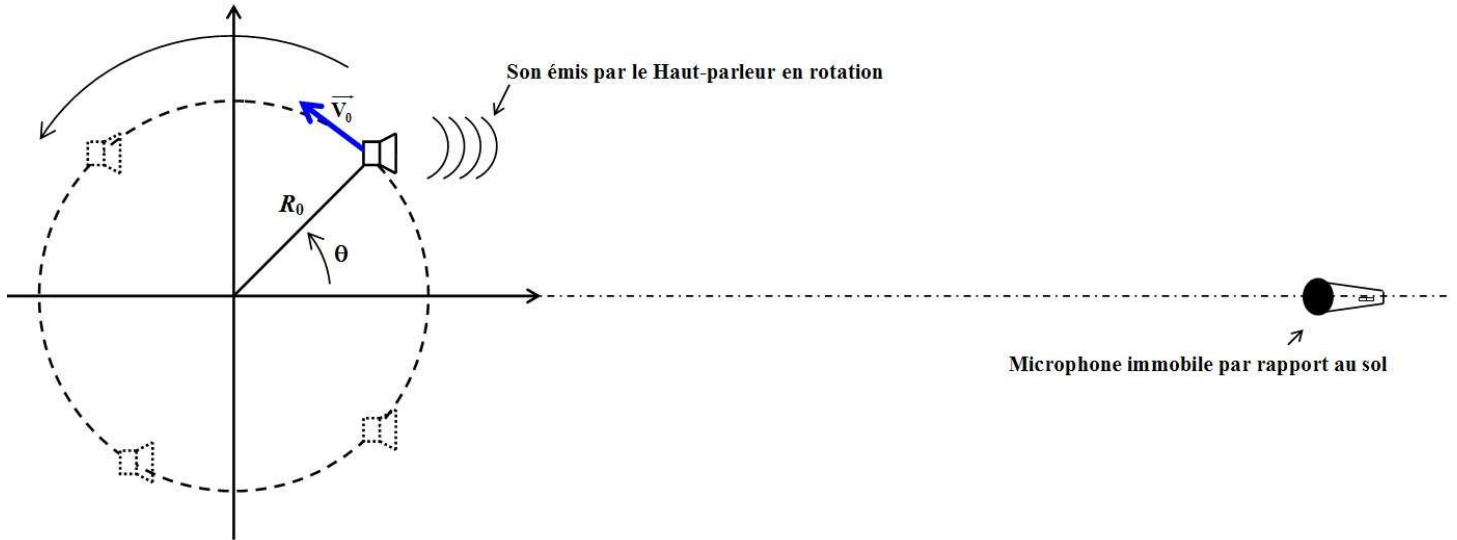
B.1.5. Une sonde spatiale s'approche de la Lune avec une vitesse \vec{V} purement radiale. Celle-ci envoie vers la Lune un signal radio de fréquence $f = 3,0$ GHz ; elle reçoit de la lune un écho décalé de 2 kHz.



Quelle est la vitesse V de la sonde par rapport à la Lune ? On donne $c = 3.10^8$ m.s⁻¹

B.2: Étude du son émis par un Haut-parleur en rotation

Un Haut-parleur branché à un GBF émet un son de fréquence f_{GBF} . Celui-ci est mis en mouvement sur une trajectoire circulaire uniforme de rayon R_0 et on enregistre à l'aide d'un microphone immobile par rapport au sol le son émis par le Haut-parleur.



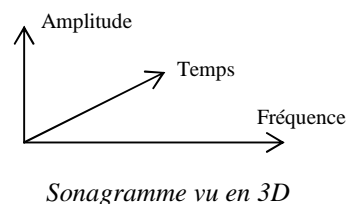
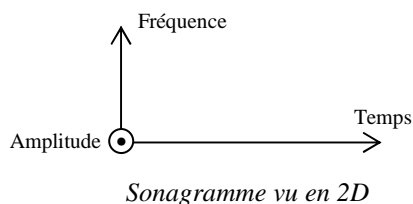
On donne la vitesse de propagation du son dans l'air $c = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

On utilise les coordonnées cylindriques $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ pour paramétrer le mouvement.

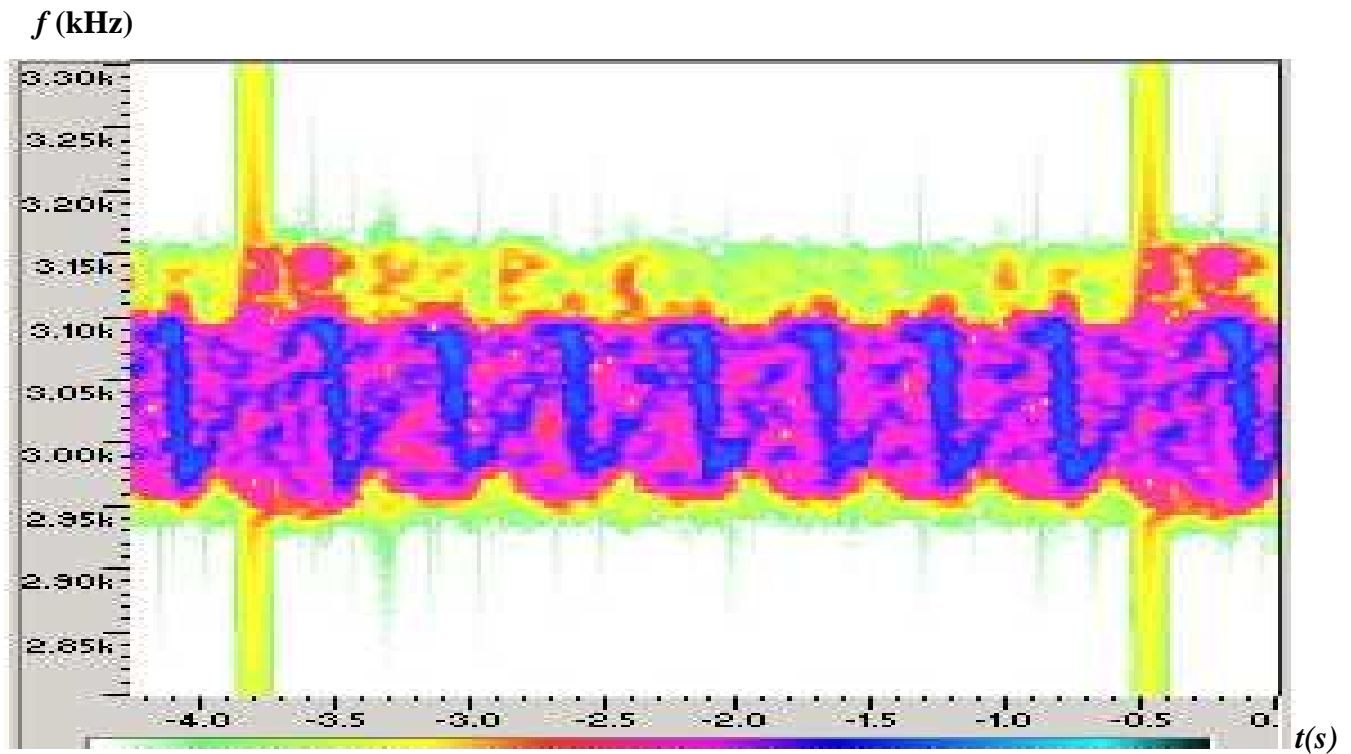
B.2.1. Établir les expressions de la position, de la vitesse et de l'accélération en coordonnées cylindriques de centre O dans le cas général, puis dans le cas particulier étudié ici du haut parleur.

On se propose dans la suite de déterminer quelques paramètres de l'expérience à partir de l'analyse spectrale de l'enregistrement expérimental.

On rappelle qu'il est possible de représenter l'évolution temporelle du spectre d'un signal sur un même graphique appelé **sonagramme**. Sur les trois axes de celui-ci, on trouve le temps, les fréquences et les amplitudes. Dans le cas d'une représentation en deux dimensions, les amplitudes sont alors indiquées à l'aide d'une échelle de couleur.



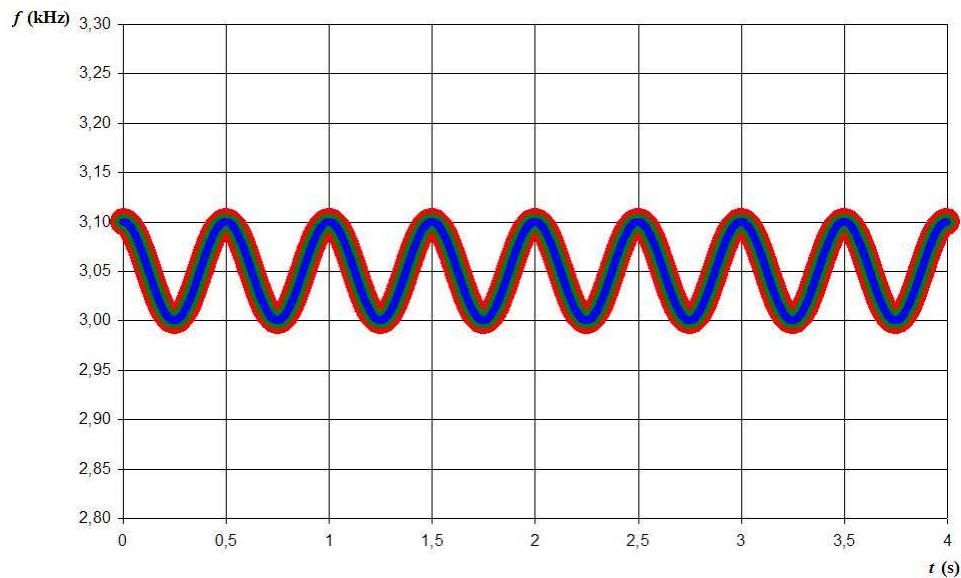
Le sonagramme suivant représente la fréquence du son émis par le haut parleur (vu en 2D) en fonction du temps.



Pour information, l'échelle des nuances de gris ci-dessous représente l'amplitude du signal en décibel (dB)



Afin de faciliter l'exploitation du sonagramme, on utilisera sa forme simplifiée représentée ci-dessous.



B.2.2. Déterminer à partir du sonagramme la fréquence f_{GBF} émise par le Haut-parleur au repos.

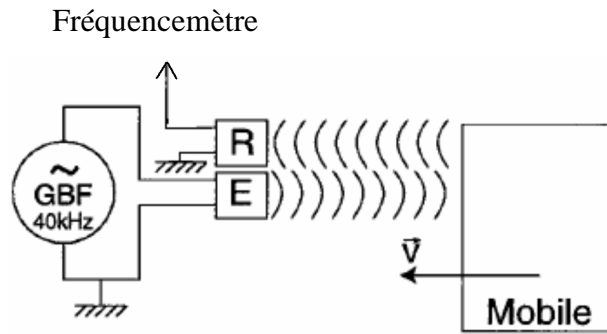
B.2.3. Déterminer la période T_0 de rotation du Haut-parleur.

B.2.4. Calculer le vitesse V_0 du Haut-parleur.

B.2.5. En déduire le rayon R_0 de sa trajectoire.

B.3: La réalisation expérimentale d'un radar à effet Doppler.

On utilise dans la suite de ce problème un émetteur d'ultrason $f = 40 \text{ kHz}$ et $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$. Celui-ci est alimenté par un GBF. Le récepteur est placé à coté de l'émetteur. On récupère dans un premier temps le signal reçu par le récepteur avec un fréquencemètre.

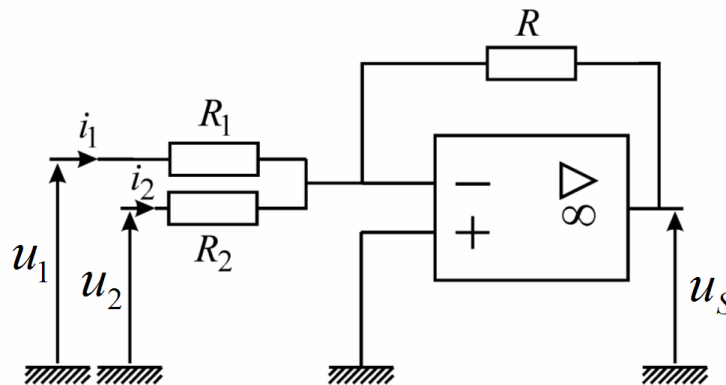


Le mobile se rapproche du radar. On note \vec{v} sa vitesse de déplacement. Dans toute l'expérience, la vitesse v est de l'ordre du cm.s^{-1} .

B.3.1. Calculer l'ordre de grandeur du décalage en fréquence dû à l'effet Doppler $\Delta f = f' - f$ avec f' la fréquence du signal reçu par le récepteur.

B.3.2. Est-il envisageable de mesurer Δf directement à l'aide du fréquencemètre compte tenu de son incertitude de mesure de l'ordre de 1% ?

B.3.3. Une des méthode pour accéder à la mesure de Δf consiste à utiliser un montage suivant dans lequel l'amplificateur opérationnel est **idéal, en fonctionnement linéaire**.



Que signifient les termes en gras ?

B.3.4. Montrer que le montage suivant réalise l'opération suivante : $u_S = \alpha.u_1 + \beta.u_2$.

On exprimera les coefficients α et β en fonction des résistances R , R_1 et R_2 .

B.3.5. Soit les deux tensions sinusoïdales :

$$u_1(t) = U_1 \cos(\omega_1 t) \text{ et } u_2(t) = U_2 \cos(\omega_2 t)$$

respectivement de fréquence f_1 et f_2 avec $f_{\text{moy}} = \frac{f_1 + f_2}{2}$ et $\Delta f = f_2 - f_1$

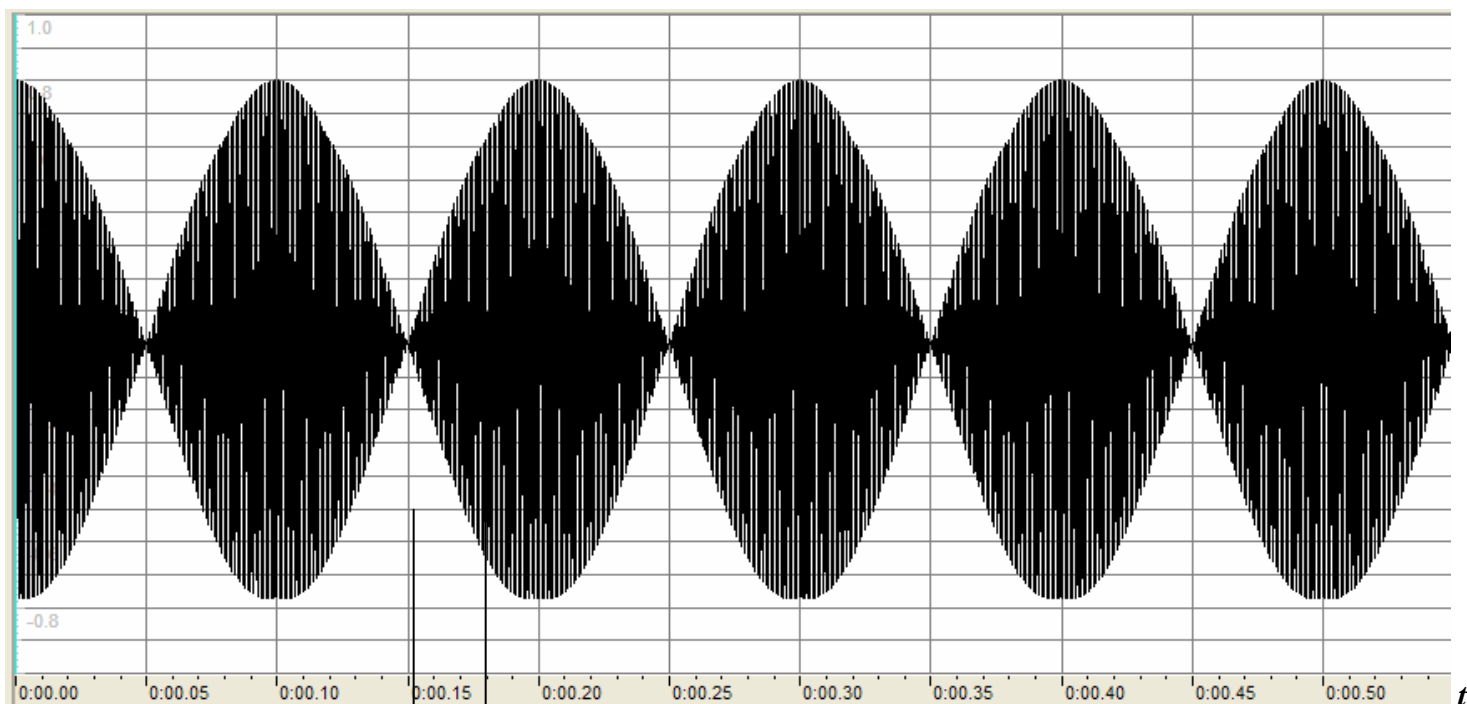
Montrer, dans le cas où $U_1 = U_2 = U_0$, que :

$$S(t) = u_1(t) + u_2(t) = A \left[\cos(2\pi f_{\text{moy}} t) \cdot \cos(2\pi \frac{\Delta f}{2} t) \right]$$

On exprimera A en fonction des données de la question.

B.3.6. Déterminer à partir des graphiques suivant f_{moy} et Δf .

En déduire les fréquences f_1 et f_2 .



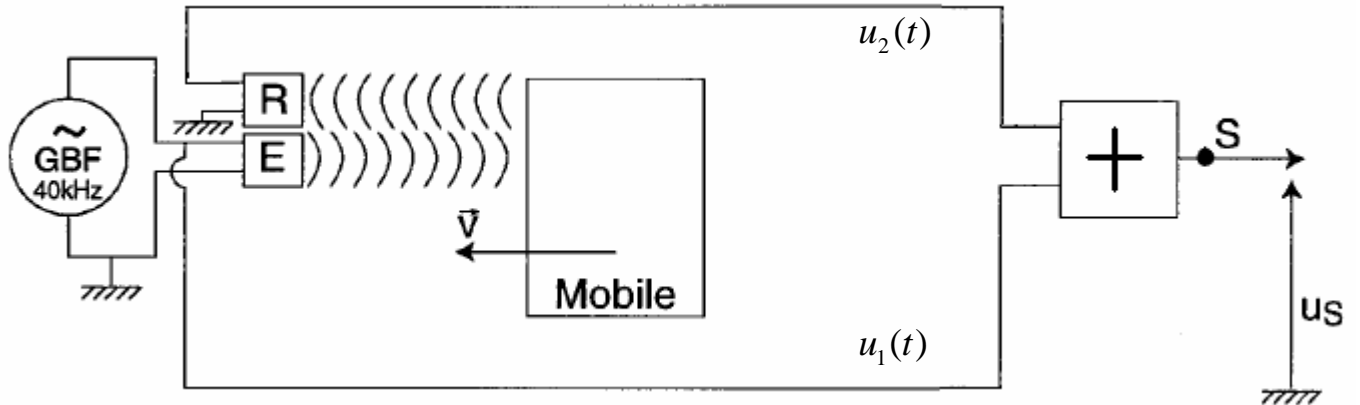
ZOOM



Sur les deux graphiques, l'échelle de temps est donnée en [**minute** : **seconde** . **millième de seconde**]

Par exemple : [0:00.154] correspond à 0 min et 0,154 s

B.3.7. On réalise le montage suivant dans lequel $u_1(t)$ représente la tension de l'émetteur et $u_2(t)$ celle du récepteur. L'addition des signaux est réalisée par le montage étudié en B.3.3.



Au cours de l'expérience, en raison de l'atténuation des ultrasons dans l'air, l'amplitude U_2 de la tension $u_2(t)$ relevée aux bornes du récepteur est vingt fois plus faible que l'amplitude U_1 soit : $U_2 = \frac{U_1}{20}$

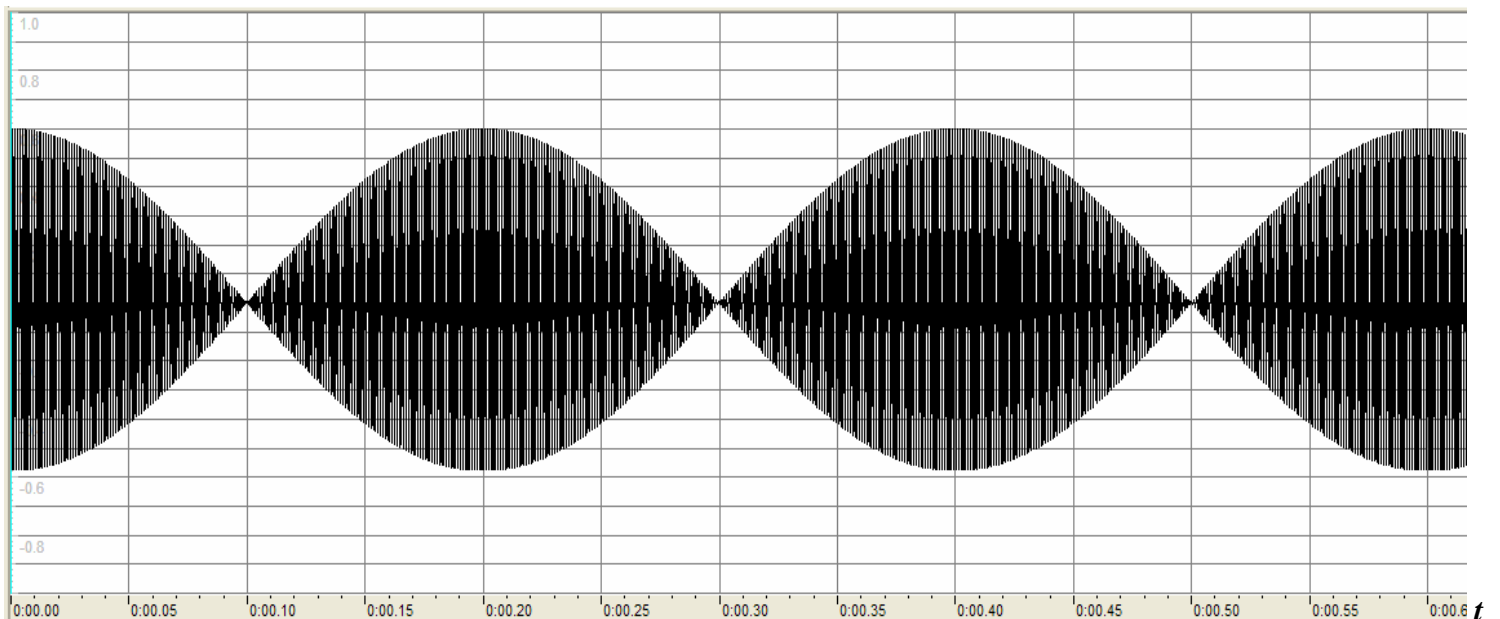
Déterminer la résistance R_2 permettant d'avoir une tension de sortie :

$$u_s(t) = u_1(t) + u_2(t) = B \left[\cos(2\pi f_{moy} t) \cdot \cos(2\pi \frac{\Delta f}{2} t) \right]$$

On exprimera B en fonction de U_1 , R , R_1 et R_2 .

Calculer la valeur numérique de R_2 avec $R = 100 \text{ k}\Omega$ et $R_1 = 40 \text{ k}\Omega$

B.3.8. Déterminer la vitesse du mobile à partir de l'enregistrement suivant :



Fin de l'épreuve