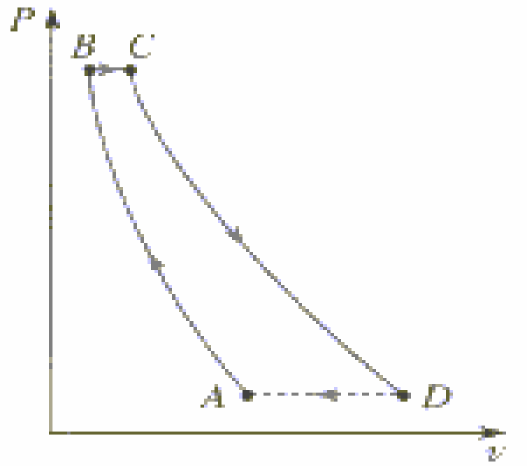
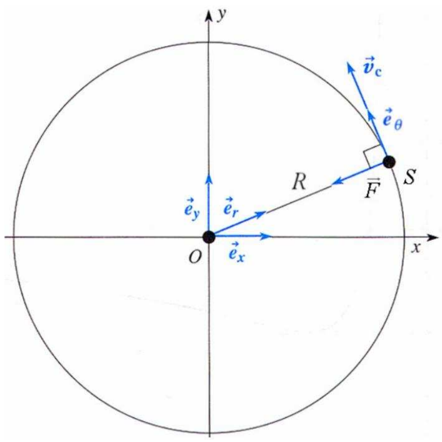
Correction

Partie A : Le turboréacteur / 25

1.1. Effectuons un bilan énergétique entre t et $t+dt$ sur le <u>système fermé</u> S qui à l'instant t est composé de $\Sigma(t)$ et dm_e et à l'instant $t+dt$ est composé de $\Sigma(t+dt)$ et dm_s. Aux instants t et $t+dt$, les énergies du système sont/ $E_\Sigma(t)+dm_e.e_e$ et $E_\Sigma(t+dt)+dm_s.e_s$ où $e=u+e_C+e_P$ désigne l'énergie massique à l'entrée et à la sortie. D'après le 1[er] principe : $E_\Sigma(t+dt)-E_\Sigma(t)+\left(dm_s.e_s-dm_e.e_e\right)=\delta W+\delta Q$. Comme le régime est stationnaire $dm_e=dm_s=dm$ et $E_\Sigma(t+dt)=E_\Sigma(t)$. D'où, $dm\left(u_s-u_e+e_{Ps}-e_{Pe}+e_{Cs}-e_{Ce}\right)=\delta W'+dm\left(-P_s v_s+P_e v_e\right)+\delta Q$ soit : $D_m\left(h_s-h_e+g\left(z_s-z_e\right)+\frac{1}{2}\left(c_s^2-c_e^2\right)\right)=P_{Th}+P_W$	**2**
1.2. 	**1**
1.3. Transformation isentropique alors $P_B^{1-\gamma}T_B^\gamma=P_A^{1-\gamma}T_A^\gamma \Leftrightarrow \boxed{T_B=T_A.a^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$ A.N. $T_B=464$ K	**1.5**
1.4. On applique le premier principe pour les systèmes ouverts : $w_{AB}=h_B-h_A=\frac{\gamma R}{(\gamma-1)M}(T_B-T_A) \Leftrightarrow w_{AB}=\frac{\gamma R}{(\gamma-1)M}T_A(a^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1)$ et $w_{CD}=-w_{AB}$	**1**
1.5. Pour la transformation *C-D* : $P_D^{1-\gamma}T_D^\gamma=P_C^{1-\gamma}T_C^\gamma \Leftrightarrow \boxed{T_D=T_C.a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$	**1**
1.6. Premier principe entre C et D : $h_D-h_C+e_{C_D}=w_{CD}=-w_{AB}$ $\Leftrightarrow \boxed{e_{C_D}=h_C-h_D+h_A-h_B=\frac{\gamma R}{(\gamma-1)M}(T_C-T_D+T_A-T_B)}$	**1**
1.7. On veut créer une poussée, donc l'énergie récupérée est sous forme cinétique. Celle fournie est thermique.	**1**
1.8. $\eta=\frac{e_{C_D}}{q_{BC}}=$ avec $q_{BC}=h_C-h_B=\frac{\gamma R}{(\gamma-1)M}(T_C-T_B)$ et $e_{C_D}=\frac{\gamma R}{(\gamma-1)M}(T_C-T_D+T_A-T_B)$ il vient : $\eta=\frac{T_C-T_D+T_A-T_B}{T_C-T_B}=1-\frac{T_D-T_A}{T_C-T_B}=1-a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ A.N : $\boxed{\eta=0,37}$ En effet : $\eta=1-\frac{T_D-T_A}{T_C-T_B}=1-\frac{T_A}{T_B}\frac{\frac{T_D}{T_A}-1}{\frac{T_C}{T_B}-1}=1-a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ car $\frac{T_D}{T_A}=\frac{T_C}{T_B}$	**2**
2.1. À partir d'un bilan de quantité de mouvement sur un volume de contrôle lié au réacteur (le régime est stationnaire), il vient l'expression de la poussée : $F_{Poussée}=D_m\left(c_s-c_e\right)$	**1**

2.2. La vitesse d'entrée $c_e \simeq 0$ et $D_m = \rho . S . c_s \quad \Rightarrow \quad c_s = \sqrt{\dfrac{F_{Poussée}}{\rho . \dfrac{\pi d^2}{4}}} \simeq 230 \text{ m.s}^{-1}$	**1**
2.3. $c_s \simeq 830 \text{ km.h}^{-1}$; c'est du même ordre de grandeur. Dans le référentiel du turboréacteur, la vitesse d'éjection des gaz est proche de zéro (on cherche à récupérer la quasi-totalité de l'énergie cinétique des gaz pour l'avion)	**1**
2.4. À partir du rendement $\eta = \dfrac{e_{C_D}}{q_{BC}} = \dfrac{P_C}{P_{Th}}$, avec $P_C = D_m . e_{C_D} = \dfrac{1}{2}\rho . \dfrac{\pi d^2}{4} . c_s^3$ la puissance cinétique. Il vient $P_{Th} = \dfrac{1}{2}\rho . \dfrac{\pi d^2}{4\eta} . c_s^3 \simeq 112 \text{ MW}$	**1.5**
2.5. La consommation est alors : $C = \dfrac{P_{Th}}{\Pi} = 2{,}5 \text{ kg.s}^{-1}$ soit environ 9 tonnes à l'heure !	**1**
2.6. Premier principe entre B et C : $D_m \left(\dfrac{\gamma R}{(\gamma - 1)M} (T_C - T_B) \right) = P_{Th}$ Il vient : $T_C = T_B + \dfrac{(\gamma-1)M}{\gamma R} \dfrac{P_{Th}}{D_m}$ avec $D_m = \rho . S . c_s$. $T_C = T_B + \dfrac{(\gamma-1)M}{\gamma R} \dfrac{P_{Th}}{D_m}$	**1**
3.1. $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{grad} T$ avec j en $W.m^{-2}$, λ en $W.m^{-1}.K^{-1}$ et T en K	**1**
3.2. $j(x) = cte$ d'où $\dfrac{dT}{dx} = cte$ soit $\boxed{T(x) = Ax + B = \dfrac{(T_e - T_0)}{L} x + T_0}$	**2**
3.3. $j(x)\pi a^2 = j(x+dx)\pi a^2 + h\big(T(x) - T_e\big) 2\pi a \, dx$ or $j(x) = -K \dfrac{dT}{dx}$ d'où $\boxed{\dfrac{d^2T}{dx^2} = \dfrac{2h}{Ka}\big(T(x) - T_e\big)}$	**2**
3.4. $\boxed{x_0 = \sqrt{\dfrac{Ka}{2h}}}$	**1**
3.5. Solution générale $T(x) = A\,ch\left(\dfrac{x}{x_0}\right) + B\,sh\left(\dfrac{x}{x_0}\right) + T_e$ conditions aux limites : $T(x=0) = T_0$ et continuité du flux thermique en $x = L$ soit : $j(l)\pi a^2 = h(T(l) - T_e)\pi a^2$ avec $j(l) = -K\left(\dfrac{dT}{dx}\right)_{x=l}$ Il vient : $\boxed{A = T_0 - T_e}$ et $\boxed{B = -A \dfrac{\left(\dfrac{K}{x_0} sh\left(\dfrac{l}{x_0}\right) + h\,ch\left(\dfrac{l}{x_0}\right)\right)}{\left(\dfrac{K}{x_0} ch\left(\dfrac{l}{x_0}\right) + h\,sh\left(\dfrac{l}{x_0}\right)\right)}}$.	**2**

Partie B : Le radar à effet Doppler / 22

1.1. $t_1' = t_1 + \frac{r_1}{c}$ et $t_2' = t_2 + \frac{r_2}{c}$ avec $r_2 = r_1 - \text{v}(t_2 - t_1)$ soit $t_2' = t_2 + \frac{r_1}{c} - \frac{\text{v}}{c}\Delta t$	**1**
1.2. $\Delta t' = t_2' - t_1' = t_2 + \frac{r_1}{c} - \frac{\text{v}}{c}\Delta t - \left(t_1 + \frac{r_1}{c}\right) \Leftrightarrow \Delta t' = \Delta t(1 - \frac{\text{v}}{c})$	**1**
1.3. On remplace Δt par T et $\Delta t'$ par T' : $T' = T(1 - \frac{\text{v}}{c}) \Leftrightarrow$ $f' = \frac{f}{1 - \frac{\text{v}}{c}} > f$ si l'émetteur se rapproche et $f' = \frac{f}{1 + \frac{\text{v}}{c}} < f$ si l'émetteur s'éloigne.	**1**
1.4. Si $\text{v} << \text{c}$, on fait un DL à l'ordre 1 : $f' = \frac{f}{1 - \frac{\text{v}}{c}} \cong f(1 + \frac{\text{v}}{\text{c}}) > f$ si l'émetteur se rapproche $f' = \frac{f}{1 + \frac{\text{v}}{c}} \cong f(1 - \frac{\text{v}}{\text{c}}) < f$ si l'émetteur s'éloigne.	**1**
1.5. Dans le cas d'un obstacle qui se rapproche, la fréquence f' reçue est donnée par : $$f' = \frac{1}{(1 - \frac{\text{v}}{\text{c}})^2}.f \Leftrightarrow f' = (1 - \frac{\text{v}}{\text{c}})^{-2}.f$$ Avec $\text{v} << \text{c}$, un DL à l'ordre 1 donne : $f' = (1 + 2\frac{\text{v}}{\text{c}}).f$; soit $f' - f = \Delta f = +2\frac{\text{v}}{\text{c}}.f$ La vitesse v est : $\boxed{\text{v} = \frac{\Delta f}{2.f}.\text{c}}$ A.N : $\text{v} = 100 \text{ km.s}^{-1}$	**2**
2.1. $\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{e_r} + z\overrightarrow{e_z}$ $\vec{v} = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{e_r} + r\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{e_\theta} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{e_z}$ $\vec{a}(M) = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)\overrightarrow{e_r} + \left(2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + \frac{d^2\theta}{dt^2}\right)\overrightarrow{e_\theta} + \frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{e_z}$ Cas du haut parleur en rotation uniforme : $\overrightarrow{OM} = R_0.\overrightarrow{e_r}$ $\vec{\text{v}} = R_0\dot{\theta}.\overrightarrow{e_\theta} = \text{v}_0.\overrightarrow{e_\theta}$ $\vec{\text{a}} = -R_0\dot{\theta}^2.\overrightarrow{e_r} = -\frac{\text{v}_0^2}{R_0}.\overrightarrow{e_r}$ 	**2**
2.2. $f_{GBF} \cong 3.04$ kHz	**1**
2.3. $T_0 \cong 0,5$ s	**0.5**
2.4. Quand l'émetteur se rapproche, on observe une variation de fréquence : $\Delta f = f' - f \cong f_{GBF}\frac{\text{v}_0}{\text{c}}$ Car $\text{v} << \text{c}$ ($\Rightarrow$ DL à l'ordre 1) et avec : $\Delta f \cong 50$ Hz Il vient : $\text{v}_0 = c\frac{\Delta f}{f_{GBF}} = 5,6 \text{ m.s}^{-1}$	**1**
2.5. La période $T_0 = \frac{2\pi R_0}{\text{v}_0} \Rightarrow R_0 = \frac{T_0\text{v}_0}{2\pi} = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$	**1.5**

3.1. A partir de l'expression de la question 1.5. : $\Delta f = +2\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{c}}.f$ il vient $\Delta f = +2\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{c}}.f \cong 2,3$ Hz	**1**
3.2. L'écart relatif est donc : $\frac{\Delta f}{f} = 0,006\ \% << 1\ \%$ donc pas mesurable avec le fréquencemètre	**1**
3.3. A.O idéal : $i_+ = i_- = 0$ et régime linéaire : $V_+ = V_-$	**1**
3.4. Millman en $V_- = V_+ = 0$ $\Rightarrow$ $\mathrm{u_s} = -\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_1}}\mathrm{u_1} - \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_2}}\mathrm{u_2}$ soit $\alpha = -\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_1}}$ et $\beta = -\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_2}}$	**1**
3.5. On applique directement : $\cos a + \cos b = 2\cos(\frac{a+b}{2}) . \cos(\frac{a-b}{2})$ $\Rightarrow$ $S(t) = u_1(t) + u_2(t) = 2U_0\left[\cos(2\pi\frac{f_1+f_2}{2}t).\cos(2\pi\frac{f_2-f_1}{2}t)\right]$ Soit : $S(t) = 2U_0\left[\cos(2\pi f_{moy}t).\cos(2\pi\frac{\Delta f}{2}t)\right]$ et $A = 2U_0$	**1.5**
3.6. La haute fréquence nous donne $f_{moy} \cong 1$ kHz (période de 1 ms) La période des battements nous donne $\frac{\Delta f}{2} = \frac{1}{T_{Battement}}$ avec $T_{Battement} \cong 0,2$ s $\Rightarrow$ $\Delta f = 10$ Hz Il vient : $f_1 = f_{moy} - \frac{\Delta f}{2} = 995$ Hz et $f_2 = f_{moy} + \frac{\Delta f}{2} = 1005$ Hz	**2**
3.7. $\mathrm{u_s} = -\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_1}}U_1\cos(\omega_1.t) - \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_2}}U_2\cos(\omega_2.t)$ $\Leftrightarrow$ $\mathrm{u_s} = -\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_1}}U_1\cos(\omega_1.t) - \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_2}}\frac{U_1}{20}\cos(\omega_2.t)$ Les amplitudes des deux fonctions doivent être égales $\Rightarrow$ $\mathrm{R_2} = \frac{\mathrm{R_1}}{20} = 2$ kΩ Et $B = -2\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_1}}U_1 = -2\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R_2}}\frac{U_1}{20}$	**1.5**
3.8. La période des battements nous donne $\frac{\Delta f}{2} = \frac{1}{T_{Battement}}$ avec $T_{Battement} \cong 0,4$ s $\Rightarrow$ $\Delta f = 5$ Hz Donc $\mathrm{v} = \frac{\Delta f}{2.f}.\mathrm{c} = 0,21\ \mathrm{m.s^{-1}} = 21\ \mathrm{cm.s^{-1}}$ avec $f = 40$ kHz et $\mathrm{c} = 340\ \mathrm{m.s^{-1}}$	**1**

Présentation / 2

Présentation	**2**